Exercício 2. Utilize uma única potência para representar as expressões abaixo.

a) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4$. $= 5^9$

b) $\dfrac{3^2 \cdot 3^0 \cdot 3^7}{27}$. $= \dfrac{3^9}{3^3} = 3^6$

c) $\dfrac{4 \cdot 8^2 \cdot 2^3}{16 \cdot 2^{-1}}$. $= \dfrac{2^2 \cdot (2^3)^2 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 2^{-1}} = \dfrac{2^2 \cdot 2^6 \cdot 2^3}{2^4 \cdot 2^{-1}} = \dfrac{2^{11}}{2^3} = 2^8$

d) $\dfrac{a^2 \cdot a^4}{a^3}$. $= \dfrac{a^6}{a^3} = a^3$

Exercício 3. Escreva os radicais abaixo na forma de potência, simplificando quando possível.

a) $\sqrt[3]{6^9}$. $= 6^{\frac{9}{3}} = 6^3$ $\quad \frac{1}{1} \quad \sqrt[3]{(6 \cdot 6 \cdot 6) \cdot (6 \cdot 6 \cdot 6)(6 \cdot 6 \cdot 6)} = \sqrt[3]{(6 \cdot 6 \cdot 6)^3} = 6 \cdot 6 \cdot 6 \overset{11}{} \; 6^3$

b) $\sqrt[5]{(-8)^2}$. $= (-8)^{\frac{2}{5}} = [(-2)^3]^{\frac{2}{5}} = (-2)^{6/5}$

c) $\sqrt[3]{\left(\sqrt{9}\right)^4}$. $= (\sqrt{9})^{\frac{4}{3}} = (9^{1/2})^{4/3} = 9^{2/3} = (3^2)^{2/3} = 3^{4/3}$

$= \sqrt[3]{3^4} = 3^{4/3}$

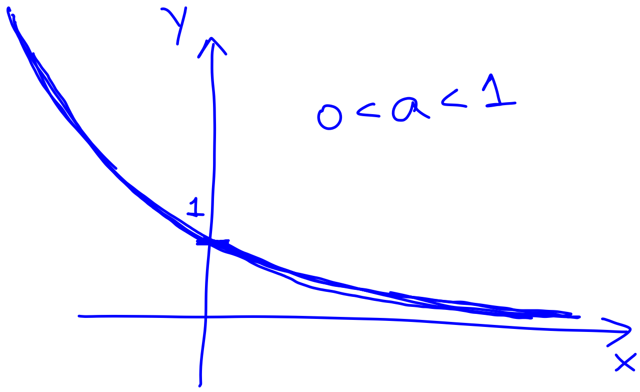
d) $\left(\sqrt[5]{\left(\dfrac{2}{3}\right)^3}\right)^{10}$. $= \left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3/5}\right)^{10} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6$

Exercício 5. Seja a função exponencial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, determine:

a) $f(2)$. $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$

b) $f(-2)$.

c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.



d) o menor valor de $k \in \mathbb{Z}$ para $f(k) < 100$.

$100 > f(k) = \left(\frac{1}{3}\right)^k \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^k < 100$?

$\left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

x crescente:

$\frac{1}{3} > \frac{1}{9} > \frac{1}{27} > \frac{1}{81} > \dots > \left(\frac{1}{3}\right)^x > \dots$

x decrescente:

$1 < 3 < 9 < 27 < 81 < \dots < \left(\frac{1}{3}\right)^x < \dots$

$(a > 0)$

$\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1 \leftarrow a^0 = 1$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{1^{-1}}{3^{-1}} = 3$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1^{-2}}{3^{-2}} = 3^2 = 9$

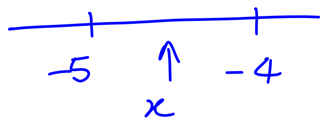
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \frac{1^{-3}}{3^{-3}} = 3^3 = 27$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1^{-4}}{3^{-4}} = 3^4 = 81$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = \frac{1^{-5}}{3^{-5}} = 3^5 = 243$

e) Qual o número $x \in \mathbb{R}$ tq $f(x) = 100$?

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 100$$



$2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3$

$3^x = 243 = 3^5 \Rightarrow x = 5$

$2^x = 9 = 3^2$

$\Rightarrow x = \log_2 9$

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

Exercício 13. Luiz ingeriu 500mg de amoxicilina às 8h. Suponha que a meia-vida dessa substância é de aproximadamente 1h.

a) Determine a massa dessa substância no organismo de Luiz às 9h, 10h, 11h.

b) Qual é a massa restante no organismo de Luiz após t horas da ingestão do remédio?

hora	8	9	10	11
subst.	500	$250 = \frac{500}{2}$	$125 = \frac{250}{2}$	$62{,}5 = \frac{125}{2}$

$\div 2 \quad \div 2 \quad \div 2$

$8 \to 11: \; 3h$

$$\frac{\frac{\frac{500}{2}}{2}}{2} = \frac{500}{2^3}$$

$4h: \; \frac{500}{2^3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{500}{2^4}$

$th: \; \frac{500}{2^t} = 500 \cdot 2^{-t} = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$